

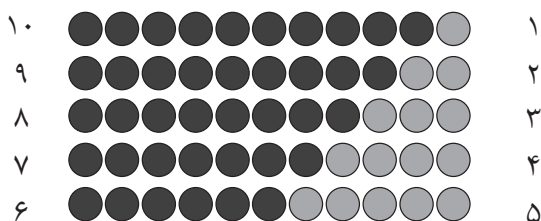


تیلها

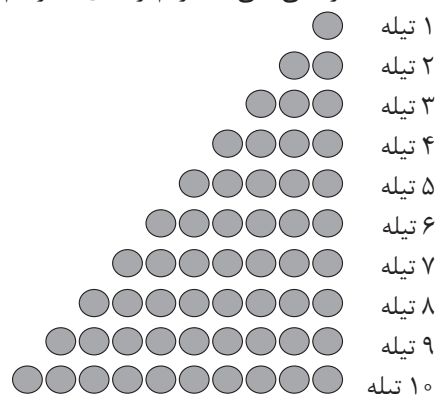
لیلا خسرو شاهی

کلیدواژه‌ها: شمارش، مجموع اعداد پشت سرهم

حالا مهره‌های آبی را کنار مهره‌های سبز قرار می‌دهیم. این گونه که تیل‌های ردیف دهم را کنار تیل‌های ردیف اول، تیل‌های ردیف نهم را کنار ردیف دوم، ... و بالاخره تیل‌های ردیف ششم را کنار تیل‌های ردیف پنجم می‌گذاریم. بنابراین تیل‌ها به شکل زیر در می‌آیند:



برای شمارش تعداد کل تیل‌های موجود در شکل زیر، به جای اینکه تیل‌ها را یکی یکی بشماریم، راه‌های دیگر هم داریم.



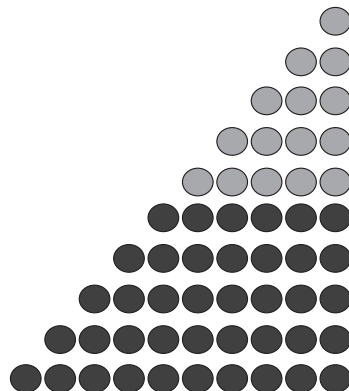
با توجه به اینکه در ردیف اول ۱ تیل، در ردیف دوم ۲ تیل، ... و در ردیف دهم ۱۰ تیل وجود دارد، کافی است مجموع اعداد ۱ تا ۱۰ را به دست بیاوریم:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = \text{تعداد تیل‌ها}$$

اما به جای اینکه این جمع را یکی یکی حساب کنیم، می‌توانیم از روش‌های ابتکاری دیگری استفاده کنیم:

روش اول

تعداد ردیف‌ها (یعنی ۱۰) را نصف می‌کنیم. همان‌طور که در شکل مشخص شده است، پنج ردیف اول را سبز و پنج ردیف دوم را با آبی نشان داده‌ایم.



در شکل پیداست که تیله‌های سبز و صورتی روی هم برابر با ده ردیف یازده‌تایی از تیله‌هاست. بنابراین تعداد تیله‌های سبز که نصف کل تیله‌هاست، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد تیله‌های سبز} = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

به عبارت دیگر:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = (10 \times (10 + 1)) \div 2$$

برای به دست آوردن مجموع اعداد پشت سرهم ۱ تا هر عدد دیگر نیز می‌توان از این روش‌ها استفاده کرد. مثلاً برای محاسبه $1394 + 1393 + \dots + 1 + 2 + 3$ کافی است در ردیف اول یک تیله، در ردیف دوم دو تیله، ... و بالاخره در ردیف 1394 ام، 1394 تیله در نظر بگیریم و سپس به یکی از روش‌های اول یا دوم آن‌ها را بشماریم:

روش اول:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 1393 + 1394 = (1394 \div 2)(1 + 1394) = 697 \times 1395 = 972315$$

روش دوم:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 1393 + 1394 = \frac{1394 + (1 + 1394)}{2} = 972315$$

برای به دست آوردن مجموع اعداد ۱ تا ۸۹ نمی‌توان از روش اول استفاده کرد. چون تعداد ردیف تیله‌ها یعنی عدد ۸۹ فرد است و نمی‌توان مانند روش اول آن را نصف کرد. روش دوم چنین محدودیتی ندارد و می‌توان از آن برای به دست آوردن مجموع اعداد یک تا هر عدد دیگری استفاده کرد. چرا؟

$$1 + 2 + 3 + \dots + 88 + 89 = \frac{89 \times (1 + 89)}{2} = 4005$$

به این ترتیب برای محاسبه مجموع اعداد طبیعی پشت سرهم از ۱ تا n می‌توان با توجه به روش دوم، از رابطه زیر استفاده کرد:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (1 + n)}{2}$$

همان‌طور که در شکل مشخص است، تیله‌ها در پنج ردیف یازده‌تایی قرار گرفته‌اند. بنابراین:

$$\text{تعداد تیله‌ها} = 5 \times 11 = 55$$

به عبارت دیگر:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = (10 \times (10 + 1)) \div 2$$

روش دوم

این بار به تعداد تیله‌های سبز، تیله‌های صورتی را به شکل زیر اضافه می‌کنیم.

